Segunda edición

Álgebra moderna

e introducción al álgebra geométrica

ECOE EDICIONES

Róbinson Castro Puche

Róbinson Castro Puche.
Licenciado en Matemáticas, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.

Master of Arts Mathematics Education, Ball State University, Muncie, Indiana, USA. Profesor titular de la Universidad de Córdoba, Montería, donde además ejerció las funciones de Secretario Académico de la Facultad de Ciencias, Director del departamento de Matemáticas y Director de la oficina de Registro y Admisiones. Es además, docente adscrito a la Universidad Nacional de Colombia, 1993 a 1994.

ÁLGEBRA MODERNA
e introducción al álgebra geométrica

RÓBINSON CASTRO PUCHE

Índice general

PREFACIO

Si nos ubicamos en la posición del maestro, de enseñar la teoría o en la del epistemólogo, que tiene que ver con la naturaleza de los entes matemáticos; el problema consiste en saber si las conexiones matemáticas son engendradas por la inteligencia o si esta las descubre como una relidad exterior.

Jean Piaget en su disertación, con motivo del Coloquio de la Rochette de Melun en 1952, refiriéndose a las estructuras matemáticas; expresó: *Un grupo es un sistema operatorio; la cuestión estriba en saber si los elementos de diversa naturaleza a los que se aplica la estructura existen previamente a esta, o si, por el contrario, es la acción de la estructura la que confiere a los elementos sus propiedades esenciales. El problema sicológico consiste en establecer si los entes que sirven de elementos a las estructuras son el resultado de las operaciones que los engendran o si preexisten a aquellas operaciones que se aplican a ellos.*

Para dar respuesta al dilema, continuó diciendo: *En vez de definir los elementos aisladamente por convenio, la definición estructural consiste en carcterizarlos por las relaciones operatorias que mantienen entre sí, en función del sistema. Y la definición estructural de un elemento hará las veces de demostración de la necesidad de este elemento, en cuanto está concebido como perteneciente a un sistema cuyas partes son interdependientes.*

Teniendo en cuenta el criterio de Piaget, el objetivo principal de este trabajo es poner a la consideración de la comunidad matemática un texto que proporcione a los estudiantes las bases teóricas del álgebra moderna que les permita abordar con éxito una disciplina con un alto grado de abstracción. Dominar las ideas expuestas en el texto constituye un paso fundamental para el estudio de teorías más avanzadas relacionadas con el desarrollo axiomático de las matemáticas.

En concordancia con lo anterior, el texto está diseñado para usarlo como guia para un primer curso de álgebra moderna. Se encuentra dividido en seis capítulos. En el primero se estudian los aspectos más relevantes de la aritmética elemental, comenzando con la caracterización de los números naturales tomando como fundamento los postulados de Peano. A partir del concepto de divisibilidad se estudian las congruencias, concluyendo con una presentación suscinta de los sistemas de numerción de base diferente a la decimal.

Los capítulos segundo y tercero están dedicados al desarrollo de los grupos. El material consignado es el que tradicionalmente se estudia, pero he considerado que desde el punto de vista didáctico los subgrupos normales se introduzcan a través de los automorfismos internos.

Los capítulos cuarto y quinto están dedicados a los anillos. El cuarto se inicia con una descripción detallado de los enteros módulo n, se extiende el estudio de la divisibilidad a los anillos en general y se desarrolla la teoría correspondiente a las estructuras algebraicas hasta la noción de campo. El quinto correponde al anillo de los polinomios.

El álgebra geométrica es un tópico que en la actualidad no cuenta con una amplia difusión como herramienta matemática aplicada a la solución de algunos problemas de la ingeniería; donde el análisis vectorial estándar, en dos y tres dimensiones, y el álgebra matricial son las ayudas ampliamente usadas. Pero lo cierto es que cada día aumenta el número de investigadores convencidos de la utilidad de esta rama descubierta por Günther Grassmann.

Presentar las bases mínimas de esta teoría, tiene como propósito invitar a los interesados a profundizar en su estudio e investigar acerca de la importancia de esta herrmienta en la reformulación de algunos conceptos de la física.

El autor.
Montería, enero de 2013.

ÁLGEBRA MODERNA
e introducción al álgebra geométrica

Capítulo 1

TEORÍA DE LA ARITMÉTICA

Introducción

El punto de partida es aceptar que los enteros y sus operaciones aritméticas han sido objeto de análisis. El interés primario será estudiar los fundamentos de la aritmética elemental. Se supone conocido el desarrollo axiomático de los naturales propuesto por G. Peano en 1889 que permite concebirlos como la colección $\{0, 1, 2, \ldots, n, \ldots\}$ y una operación unaria, la función siguiente o sucesor que verifica los postulados de Peano:

1. Cero es un número.

2. El sucesor de un número es único.

3. Cero no es el sucesor de ningún número.

4. Si $Sig(n) = Sig(m)$, entonces $n = m$.

5. El principio de inducción completa: Dado un conjunto M de números naturales con las dos propiedades siguientes:

    a) Cero pertenece a M.
    b) Si n pertenece a M implica que $Sig(n)$ también pertenece a M;

    entonces M contiene a todos los números naturales.

Otros títulos de interés:

Didáctica de las matemáticas
Robinson Castro Puche

Fundamentos de matemática
Francisco Soler Fajardo

Matemáticas para informática
Ismael Gutíerrez García

Geometría desarrollo
axiomático
Ana Berenice Guerrero

Matemáticas conceptos
previos al cálculo
Francisco Soler F.
Lucio Rojar Cortés
Luis Enrique Rojas C.

Introducción al álgebra lineal
Fernando Mesa
Oscar Fernández Sánchez
Edgar A. Valencia Angulo

Álgebra moderna

e introducción al álgebra geométrica

El estudio del álgebra moderna en las instituciones de educación superior tiene por objeto ordenar el pensamiento con arreglo al método axiomático, para desarrollar el juicio lógico indispensable en la labor del matemático. En este aspecto, el autor presenta un trabajo prolijo que será de gran ayuda al estudiante que se inicia en el conocimiento de esta disciplina.

Estamos sin duda frente a un material valioso para los interesados en conocer de cerca los fundamentos del álgebra moderna.

Colección: Ciencias exactas
Área: Matemáticas

ECOE EDICIONES

ISBN 978-958-648-850-1
9 789586 488501

www.ecoeediciones.com