

# Matemáticas básicas

Con aplicaciones a la Ingeniería



**ECOE**  
EDICIONES

Lucio Rojas Cortés  
Arturo Ramírez Baracaldo  
Luis Enrique Rojas Cárdenas

# Contenido



<b>INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>XIX</b>
<b>CAPÍTULO 1: EXPRESIONES Y ECUACIONES ALGEBRAICAS.....</b>	<b>1</b>
Objetivos .....	2
1.1. Conjunto de los números reales .....	3
1.1.1. Conjunto de números naturales (N) .....	3
1.1.2. Conjunto de números enteros (Z).....	3
1.1.3. Conjunto de números racionales (Q) .....	4
1.1.4. Conjunto de números irracionales (I) .....	10
1.1.5. Axiomas de cuerpo en los números reales ( $\mathfrak{R}$ , +, $\times$ ).....	10
1.1.6. Demostraciones de las propiedades de las fracciones .....	11
1.1.7. Cuerpo ordenado.....	13
1.1.8. Desigualdades y valor absoluto.....	14
1.1.9. Esquema de la relación .....	15
1.2. Exponentes enteros y racionales .....	16
1.2.1. Potenciación .....	16
1.2.2. Reglas para los exponentes.....	16
1.2.3. Exponente cero y exponentes negativos.....	18
1.2.4. Notación científica.....	21
1.3. Radicales y exponentes racionales .....	21

1.3.1. Reglas para los radicales .....	21
1.3.2. Simplificación de radicales .....	23
1.3.3. Adición y sustracción de radicales .....	24
1.3.4. Multiplicación y división de radicales .....	27
1.3.5. Racionalización.....	28
1.4. Números complejos.....	30
1.4.1. Operaciones entre números complejos .....	31
1.4.2. Propiedades del conjugado.....	33
1.4.3. Cociente entre números complejos.....	34
1.4.4. Módulo de un número complejo.....	34
1.4.5. Propiedades del módulo .....	36
1.5. Expresiones algebraicas .....	37
1.5.1. Introducción.....	37
1.5.2. Adición y sustracción de expresiones algebraicas.....	38
1.5.3. Multiplicación de expresiones algebraicas .....	41
1.5.4. División de polinomios.....	43
1.5.5. Productos y cocientes notables .....	44
1.6. Factorización .....	49
1.6.1. Factor común .....	50
1.6.2. Agrupación de términos.....	50
1.6.3. Diferencia de cuadrados .....	51
1.6.4. Trinomio cuadrado perfecto.....	52
1.6.5. Trinomio de la forma $x^2+bx+c$ .....	54
1.6.6. Trinomio de la forma $ax^2+bx+c$ .....	55
1.6.7. Diferencia de cubos.....	56
1.6.8. Suma de cubos .....	57
1.7. Fracciones algebraicas .....	60
1.7.1. Simplificación.....	61
1.7.2. Multiplicación y división de fracciones algebraicas.....	62
1.7.3. Suma y resta de fracciones algebraicas .....	63
1.8. Ecuación de primer grado o lineal .....	70
1.8.1. Solución de ecuaciones lineales.....	70
1.8.2. Problemas de aplicación de ecuaciones lineales .....	74

1.9. Ecuación cuadrática .....	81
1.9.1. Fórmula cuadrática y el discriminante .....	81
1.9.2. Solución completando el trinomio cuadrado perfecto.....	86
1.9.3. Solución por factorización .....	87
1.9.4. Formas que se reducen a ecuaciones cuadráticas.....	88
1.9.5. Problemas de cuadrática.....	91
1.9.9. División sintética .....	93
1.10. Desigualdades .....	102
1.10.1. Propiedades y solución de desigualdades de primer grado.....	103
1.10.2. Desigualdad de segundo grado .....	108
1.10.3. Desigualdades con valor absoluto .....	109
1.10.4. Propiedades del valor absoluto .....	111
<b>CAPÍTULO 2: PLANO CARTESIANO .....</b>	<b>117</b>
Objetivos.....	118
2.1. Introducción .....	119
2.2. Distancia entre dos puntos .....	121
2.3. Punto medio .....	122
2.4. Ecuaciones de dos variables .....	123
2.4.1. Intersección con los ejes .....	126
2.4.2. Simetrías .....	127
2.5. Circunferencia .....	130
2.5.1. Ecuación de la circunferencia y gráfica .....	130
2.5.2. Forma general de la ecuación de la circunferencia .....	134
2.6. Rectas .....	136
2.6.1. Ecuación de la recta conocidos dos puntos .....	137
2.6.2. Ecuación pendiente punto .....	139
2.6.3. Forma general de la ecuación de la recta.....	140
2.6.4. Perpendicularidad y paralelismo.....	141
2.7. Sistemas de ecuaciones lineales .....	145
2.7.1. Solución sistemas de ecuaciones lineales .....	145
2.8. Sistemas de ecuaciones no lineales .....	151

2.9. Regiones en el plano .....	153
2.9.1. Desigualdades .....	153
<b>CAPÍTULO 3: GEOMETRÍA EUCLIDIANA .....</b>	<b>163</b>
Objetivos.....	164
3.1. Términos indefinidos .....	165
3.2. Segmentos de línea .....	167
3.3. Razones y proporciones .....	168
3.3.1. Algunas propiedades de las proporciones .....	168
3.4. Ángulos y medición de ángulos .....	168
3.4.1. Congruencia de ángulos .....	169
3.4.2. Bisectriz de un ángulo.....	169
3.4.3. Medición de ángulos.....	169
3.4.4. Tipos de ángulos.....	170
3.4.5. Ángulos entre dos rectas paralelas y una recta secante (transversal) .....	171
3.5. Teorema de Thales .....	172
3.5.1. Aplicación del teorema de Thales a triángulos .....	175
3.6. Rectas perpendiculares .....	178
3.6.1. Mediatriz de un segmento.....	179
3.7. Triángulos .....	179
3.7.1. Clasificación de triángulos .....	180
3.7.2. Líneas en triángulos .....	181
3.7.3. Congruencia de triángulos.....	183
3.7.4. Semejanza de triángulos .....	184
3.8. Fórmula de Herón .....	187
3.9. Teorema de Pitágoras .....	188
3.10. Polígonos .....	190
3.10.1. Área del rectángulo .....	190
3.10.2. Área del paralelogramo .....	191
3.10.3. Área del cuadrado .....	191
3.10.4. Área del triángulo.....	191
3.10.5. Área del trapecio.....	192

3.10.6. Área del rombo .....	192
3.10.7. Área del polígono regular.....	193
3.11. Relaciones entre segmentos y apotemas en polígonos regulares .....	196
3.11.1. Hexágono regular inscrito en una circunferencia .....	196
3.11.2. Triángulo equilátero inscrito en una circunferencia .....	196
3.11.3. Cuadrado inscrito en una circunferencia.....	197
3.12. Circunferencia y área del círculo .....	198
3.12.1. Longitud de arco, área de un sector y de un segmento .....	199
3.12.2. Medición de ángulos y arcos en un círculo.....	201
3.13. Áreas y volúmenes de sólidos .....	205
3.13.1. Clasificación de sólidos.....	206
3.13.2. Áreas y volúmenes de prismas.....	207
3.13.3. Áreas y volúmenes de pirámides .....	211
3.13.4. Áreas y volúmenes de cilindros .....	216
3.13.5. Áreas y volúmenes de conos .....	217
3.13.6. Cono truncado.....	217
3.13.7. La esfera .....	218
<b>CAPÍTULO 4: GEOMETRÍA ANALÍTICA.....</b>	<b>223</b>
Objetivos.....	224
4.1. La parábola .....	225
4.1.1. Ecuación de la parábola de vértice $(h,k)$ .....	230
4.1.2. Forma general de la ecuación de la parábola.....	233
4.2. La elipse .....	235
4.2.1. Ecuación de la elipse con centro en el origen .....	235
4.2.2. Ecuación de la elipse con centro $(h,k)$ .....	241
4.2.3. Ecuación general de la elipse .....	243
4.3. La hipérbola .....	245
4.3.1. Ecuación de la hipérbola con centro en $(0,0)$ .....	246
4.3.2. Asíntotas de la hipérbola .....	250
4.3.3. Segunda ecuación ordinaria de la hipérbola.....	252
4.3.4. Forma general de la ecuación de la hipérbola .....	253

<b>CAPÍTULO 5: FUNCIONES .....</b>	<b>257</b>
Objetivos.....	258
5.1. Concepto de función .....	259
5.1.1. Dominio e imágenes de una función.....	261
5.1.2. Casos para hallar el dominio de una función.....	263
5.1.3. Imagen de una función .....	266
5.1.4. Gráficas de funciones reales.....	269
5.1.5. Prueba de la recta vertical .....	272
5.1.6. Clasificación de funciones.....	275
5.1.7. Álgebra de funciones.....	285
5.1.8. Función exponencial.....	286
5.1.9. Función logarítmica.....	288
5.1.10. Funciones trigonométricas.....	289
5.1.11. Función valor absoluto .....	289
5.1.12. Función a trozos .....	290
5.1.13. Función compuesta .....	292
5.2. Función inyectiva o uno a uno .....	297
5.2.1. Definición de función uno a uno .....	298
5.2.2. Prueba de la recta horizontal .....	299
5.2.3. Función inversa.....	300
5.3. Transformación de funciones.....	308
5.3.1. Traslaciones.....	308
5.3.2. Reflexiones verticales y horizontales.....	311
5.3.3. Teoría sobre el alargamiento de vertical y horizontal.....	312
5.4. Funciones racionales y asíntotas.....	316
5.4.1. Asíntotas verticales y horizontales .....	316
5.4.2. Asíntotas de funciones racionales .....	318
5.5. Modelos funcionales .....	322
5.6. Función exponencial y logarítmica .....	333
5.6.1. Funciones exponenciales.....	333
5.6.2. Gráfica de la función exponencial.....	334
5.6.3. Función exponencial natural .....	337
5.6.4. Función logarítmica con base $a$ .....	338

5.6.5. Relación entre la función exponencial y logarítmica .....	339
5.6.6. Logaritmos comunes.....	341
5.6.7. Gráficas de la función exponencial natural y logaritmo natural .....	341
5.6.8. Propiedades de los logaritmos .....	343
5.6.9. Cambio de base.....	345
5.7. Ecuaciones exponenciales .....	347
5.8. Ecuaciones logarítmicas .....	352
5.9. Aplicaciones a las ecuaciones logarítmicas y exponenciales .....	354
5.9.1. Interés compuesto.....	354
5.9.2. Interés compuesto continuo.....	354
5.9.3. Crecimiento exponencial.....	356
<b>CAPÍTULO 6: TRIGONOMETRÍA .....</b>	<b>361</b>
Objetivos.....	362
6.1. Ángulos .....	363
6.1.1. Medida de un ángulo .....	363
6.1.2. Tipos de ángulos según su medida.....	365
6.1.3. Longitud de arco.....	366
6.2. Coordenadas rectangulares .....	368
6.2.1. Distancia de un punto al origen .....	369
6.2.2. Ángulos en posición normal.....	370
6.2.3. Ángulos coterminales .....	371
6.3. Funciones trigonométricas .....	372
6.3.1. Signos de las funciones trigonométricas .....	374
6.3.2. Funciones trigonométricas de los ángulos cuadrangulares .....	375
6.3.3. Triángulos y funciones trigonométricas de 30°, 45° y 60° .....	377
6.4. Identidades fundamentales .....	379
6.5. Relaciones trigonométricas .....	384
6.6. Resolución de triángulos.....	385
6.7. Aplicaciones a triángulos rectángulos .....	387



6.7.1. Aplicaciones usando vectores .....	388
6.8. Triángulos oblicuángulos .....	392
6.8.1. Ley de senos .....	393
6.8.2. Ley de cosenos .....	395
6.9. Identidades trigonométricas .....	405
6.9.1 Identidades pitagóricas .....	406
6.9.2 Identidades de fundamentales y pruebas de identidades.....	406
6.9.3. Fórmulas de suma y diferencia de dos ángulos .....	409
6.9.4. Identidades de confusión.....	412
6.9.5. Fórmulas de suma y diferencia para la tangente .....	413
6.9.6. Fórmulas de ángulo doble y de ángulo medio.....	415
6.9.7. Identidades alternas para la tangente de un ángulo medio.....	418
6.9.8. Fórmulas de producto y suma .....	419
6.9.9. Identidades de suma y diferencia de senos y cosenos .....	421
6.10. Gráficas de funciones trigonométricas .....	424
Función seno .....	424
Función coseno .....	424
Función tangente .....	425
Función cotangente .....	425
Función secante.....	426
Función cosecante.....	426
6.10.1. Variaciones de las gráficas de seno y coseno.....	427
6.11. Funciones trigonométricas inversas .....	430
6.11.1. Función arcoseno .....	431
6.11.2. Función arcotangente.....	433
6.12. Ecuaciones trigonométricas .....	434
<b>RESPUESTAS .....</b>	<b>439</b>
<b>ÍNDICE TEMÁTICO .....</b>	<b>481</b>

En el **Sistema de información en Línea** – SIL, encontrará principalmente teoría y ejercicios sobre Fracciones parciales y sumatorias, los cuales ayudan a practicar y profundizar los tema que se desarrollan a lo largo del libro.



# Introducción

---

Esta primera edición el texto tiene como propósito ser —una herramienta— de enseñanza y de aprendizaje, teniendo en cuenta las posibilidades reales y alcanzables, pertinentes al contexto del primer semestre de los programas de Ingeniería, para así cubrir los vacíos conceptuales y proporcionar a los estudiantes las bases para abordar posteriormente las asignaturas de cálculo. No desconocemos la existencia de numerosos textos de Precálculo en el mercado que abarcan gran variedad de temas interesantes y bien elaborados, pero que finalmente por su densidad en temas, no se alcanzan a abordar en un porcentaje significativo por el tiempo programado en un primer semestre.

Los temas abordados en el presente texto de **Matemáticas básicas con aplicaciones a la Ingeniería**, consideramos que son necesarios y básicos para los cursos del cálculo, ya que se describen temas relevantes y pertinentes que proporcionan las bases para afianzar conceptos y procesos, con los cuales se espera corregir las falencias detectadas en los estudiantes en las asignaturas posteriores al precálculo. De esta forma se pretende garantizar el cubrimiento de vacíos conceptuales de prerrequisitos y correquisitos en los estudiantes para enfrentarse a las asignaturas no solo de matemáticas, sino de aquellas que requieran para su desarrollo el apoyo de estos contenidos.

Para lograr lo anterior, en la presente edición se realiza una estructuración de los capítulos teniendo en cuenta una lógica, que consideramos pertinente en el proceso didáctico y pedagógico, para explicitar más el desarrollo de conceptos, ejemplos y ejercicios complementarios. Además se tuvo en cuenta nuestra experiencia en los procesos académicos de articulación de la Media Vocacional con el primer semestre de la Universidad, y las sugerencias constructivas de colegas, que han trabajado la primera edición del presente texto.

A continuación se hace una breve descripción de los seis capítulos desarrollados en el texto.

### **CAPÍTULO 1: EXPRESIONES Y ECUACIONES ALGEBRAICAS**

Se realiza un resumen de los conjuntos numéricos con sus propiedades y operaciones hasta presentar la estructura de cuerpo ordenado en los números reales. Se hace un desarrollo en los exponentes enteros y racionales; se aborda la potenciación, la radicación y la racionalización, y los números complejos. En la parte algebraica se presentan los temas de expresiones algebraicas con sus operaciones, los métodos básicos de factorización y las fracciones algebraicas. También se realiza un énfasis en las ecuaciones de primer grado o una variable y las formas de solución que llevan a ecuaciones de segundo grado. Finalmente se presentan las desigualdades en números reales y desigualdades con valor absoluto y sus propiedades.

### **CAPÍTULO 2: EL PLANO CARTESIANO**

Una vez construido el plano cartesiano se presentan las ecuaciones de dos variables, intersección con los ejes y simetrías; se realiza un desarrollo de la circunferencia y la recta con sus respectivas ecuaciones generales. Los temas anteriores se relacionan con la solución de sistemas de ecuaciones lineales y no lineales.

### **CAPÍTULO 3: GEOMETRÍA EUCLIDIANA**

Se mencionan los términos indefinidos, segmentos de línea, razones y proporciones. Se presentan los tipos de ángulos, el teorema de Thales, de Heron y Pitágoras, y la clasificación de triángulos según sus lados y ángulos. Se presentan las relaciones entre los segmentos y apotemas en polígonos regulares. Para concluir el capítulo, se desarrollan las áreas y volúmenes de prismas, pirámides y cilindros.

### **CAPÍTULO 4: GEOMETRÍA ANALÍTICA**

A partir de la definición de las secciones cónicas se desarrollan la parábola, la elipse y la hipérbola en el origen y trasladadas con sus respectivas ecuaciones generales vistas como relaciones.

### **CAPÍTULO 5: FUNCIONES**

En este capítulo se hace énfasis en el concepto de función, gráfica de funciones y clasificación de funciones; se realiza el álgebra de funciones, se presenta la función inversa y las transformaciones de funciones. También se enfatiza en

---

los modelos funcionales que requieren procesos algebraicos y geométricos. Finalmente, se presentan las funciones exponenciales y logarítmicas, con sus respectivas ecuaciones y aplicaciones.

### **CAPÍTULO 6: TRIGONOMETRÍA**

Se presentan los temas de ángulos, coordenadas rectangulares, relaciones trigonométricas e identidades trigonométricas. Se desarrollan aplicaciones a triángulos rectángulos y oblicuángulos, y prueba de identidades trigonométricas. También se presentan las fórmulas de suma, diferencia, ángulo doble, ángulo medio, producto y suma. Para terminar, se presentan las gráficas de las funciones trigonométricas, funciones trigonométricas inversas y solución de ecuaciones trigonométricas.

# MATEMÁTICAS BÁSICAS

## Con aplicaciones a la Ingeniería



Los estudiantes de programas de Ingeniería requieren de una sólida formación en Matemáticas básicas como preámbulo a las asignaturas de Cálculo Diferencial, Cálculo Integral, Ecuaciones Diferenciales, Álgebra Lineal y Cálculo Vectorial, las cuales les darán las herramientas suficientes para aplicarlas en proyectos propios de la disciplina.

### Incluye

- Geometría euclidiana: líneas, ángulos, triángulos y volúmenes.
- Geometría analítica: parábolas, elipses e hipérbolas.
- Funciones: funciones inversas, modelos funcionales, funciones exponenciales y funciones logarítmicas.
- Trigonometría: relaciones, funciones, identidades y ecuaciones trigonométricas.

Este texto, elaborado a partir de la revisión de un gran número de cursos de Matemáticas en programas de Ingeniería, cubre los prerrequisitos necesarios para estudiantes de primer semestre. El texto maneja expresiones y ecuaciones algebraicas, plano cartesiano, recta, circunferencia, geometría euclidiana, geometría analítica, funciones y trigonometría. Los autores utilizan una metodología didáctica que invita al aprendizaje autónomo.

*Matemáticas básicas con aplicaciones a la ingeniería* está dirigido a estudiantes de cursos de Matemáticas en los primeros semestres de programas de Ingeniería. También es útil para cursos preuniversitarios de ingeniería, cursos de nivelación en matemáticas básicas y, en general, todo profesional interesado en recordar conceptos previos al cálculo.

**Colección:** Ciencias básicas

**Área:** Matemáticas

ECO  
EDICIONES



[www.ecoediciones.com](http://www.ecoediciones.com)

ISBN 978-958-771-362-6



9 789587 713626

e-ISBN 978-958-771-363-3